



تاج طاووس ریشه‌های غیر اروپایی ریاضیات

جورج گورگس جوزف*

مترجم: مانده صافی اصفهانی

چکیده. متن حاضر ترجمه‌ای است از مقاله «تاج طاووس: ریشه‌های غیر اروپایی ریاضیات» نوشته کلمنسی مونته. او که مدرس ارشد ریاضیات در گروه ریاضی و آمار دانشگاه کاتربری در نیوزلند است، در این مقاله به نقد و تحلیل کتاب تاج طاووس نوشته جورج گورگس جوزف می‌پردازد. مونته تاج طاووس را از این حیث حائز اهمیت و دارای شهرت فراگیر می‌داند که شرحی قابل دسترس از فرهنگ ریاضی مردم غیر اروپایی ارائه کرده است. به اعتقاد او، این کتاب آمیزه‌ای از ابعاد جالب فعالیت‌های ریاضی در برخی از فرهنگ‌های پیشین است که با زبانی آسان و مبتنی بر علوم انسانی، اساس و عصاره این دانش را، به طور خلاصه، در دسترس دانشجویان و مدرسان ریاضی قرار می‌دهد. مونته معتقد است علیرغم اینکه جوزف در سرتاسر کتاب خود رویکرد اروپا محوری را نکوهش می‌کند اما گاهی نحوه نگارش او در راستای تایید و تداوم این هژمونی است و در این زمینه نمونه‌هایی ذکر می‌کند. او همچنین در مورد ابهامات موجود در کتاب از جمله مقوله تعیین تاریخ و نیز کتاب شناسی جوزف به تفصیل سخن می‌گوید. در مجموع مونته تاج طاووس را کتابی مهم و موثر می‌داند؛ چرا که تاریخ ریاضیات را به مخاطبان روز می‌شناساند و فرهنگ‌های پژوهش پیشین ریاضی را به آنان نشان می‌دهد.

کتاب تاج طاووس برای بسیاری از خوانندگان خبرنامه‌ها نیازی به معرفی ندارد. این کتاب اکنون پس از سومین چاپ خود، به سبب فراهم نمودن شرحی قابل دسترس از فرهنگ ریاضی مردم غیر اروپایی از شهرت فراگیری برخوردار است. نسخه‌ی تصحیح شده‌ی جوزف، در پاسخ به نقدهای پیشین، دارای برخی تغییرات چشمگیر می‌باشد. برای نمونه، عنوان فرعی کتاب اصلاح شده است. یک تغییر کوچک اما معنادار این است که «ریشه‌های غیر غربی ریاضیات» به «ریشه‌های غیر اروپایی ریاضیات» تبدیل شده است. بخش‌هایی نیز اضافه یا حذف گردیده است. این بازسازی ساختار با مخالفت‌های علمی گوناگونی روبروست که ریشه در نگرش‌های تاریخی و ملاحظات مربوط به سندیت متن دارد. یادداشت‌های پایانی کتاب توسعه یافته است تا برخی پژوهش‌های جاری را نشان دهد؛ بخش کتاب شناسی که گسترش یافته و اساساً بر مبنای مناطق جغرافیایی گروه‌بندی شده است نیز منابعی برای مطالعه‌ی بیشتر فراهم می‌آورد. در چاپ سوم گفته شده که هدف کتاب این است که «برای دانشجویان و مدرسان ریاضی منبعی کارآمد و در عین حال برای خوانندگان عام نیز قابل استفاده باشد.» در حقیقت هدف اصلی جوزف این است که در کانون توجه عموم و نیز مدرسان و دانشجویان ریاضی قرار گیرد و در نیل به این هدف هم موفق بوده است، چرا که این کتاب مورد پسند عام قرار گرفته است. کتاب آمیزه‌ای از ابعاد جالب فعالیت‌های ریاضی در گزیده‌ای از فرهنگ‌های پیشین را با کمترین جزئیات تکنیکی به شیوه‌ای آسان و مبتنی بر علوم

عبارات و کلمات کلیدی. فرهنگ پژوهش، اروپا محوری، هژمونی، جورج گورگس جوزف.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۲/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۴/۰۱.

* George Gheverghese Joseph

انسانی بیان می‌کند. هدف جوزف این است که اساس و عصاره‌ی این دانش فنی را به طور خلاصه ارائه نماید، چراکه در غیر این صورت نمی‌توانست برای این نوع مخاطبین قابل استفاده باشد.

چاپ سوم کتاب با پیش‌گفتاری طولانی آغاز می‌شود که در آن جوزف پیرامون منطق زیربنایی کتاب بحث می‌کند: این منطق، پاسخی است به حوزه‌ای که به اعتقاد او تحت تسلط بسیار زیاد هژمونی «نسخه‌ی غربی» یا اروپا-محوری ریاضیات می‌باشد. جوزف اشاره می‌کند که چنین نگرشی در گذشته‌ی موریس کلاین^۱ خلاصه می‌شود که می‌گوید: «ریاضیات مصری‌ها و مردم بین‌النهرین در مقابل دیگر ادبیات عظیم همانند خط خطی کردن کودکانی است که در حال یادگیری نوشتن هستند» (صفحه ۱۷۵). اگرچه اکثریت دانشمندان مخالفی با دیدگاه جوزف ندارند، اما امروزه این نکته کاملاً پذیرفته شده است که نگرش کلاین و همچنین دیدگاه افراد دیگری که جوزف در تأیید و دفاع از استدلال خود از آنها استمداد می‌طلبد، منسوخ شده است.^۲ در ربع قرن اخیر، تاریخ‌نگاری دستخوش تغییرات زیادی شده است. دانش‌پژوهی در تاریخ ریاضیات تغییر مسیر انکارناپذیری نسبت به زمانی که این نوع نگرش‌ها غالب بودند ایجاد کرده است. از آن زمان به بعد فرهنگ پژوهش بیش از پیش از ترسیم محدود و انعطاف‌ناپذیر ریاضیات فاصله گرفته و به سمت تصویر جامع‌تری که دامنه‌ی وسیعی از فعالیت‌های ریاضی را مهم و معتبر می‌داند و نسبت به موارد وسیع‌تر فحوائی و متنی به طور فزاینده‌ای حساس‌تر است، حرکت نموده است.

به طور قطع کتاب تاج طاووس به سبب تزریق نیروی حرکتی به درون این نگرش‌های جدید و رو به رشد شایسته‌ی سهمی از اعتبار است. اگرچه در حقیقت این نگرش‌ها ده‌ها سال پیش از آن نیز در آثار بسیاری از دانشمندان متعهد وجود داشته است. اوتو نئوگبائر^۳ برخورد جدی تاریخی نسبت به ریاضیات غیرغربی را به طور مؤثر در اواخر دهه‌ی ۱۹۳۰ آغاز نمود و در طول دهه‌های بعد، در کنار بسیاری از افراد دیگر، پیرامون فرهنگ‌های گوناگون پژوهش به طور وسیعی مطلب به چاپ رسانید. همزمان با چاپ اول تاج طاووس، اویراتن دامبروسیو^۴ کتاب بسیار تأثیرگذاری در مورد قوم‌شناسی ریاضیات، اصطلاحی که او در اواخر دهه‌ی ۱۹۷۰ ابداع کرد، به چاپ رسانید. سپس این کتاب با نوشته‌های مارسیا آشر^۵ پیرامون همان موضوع دنبال شد. نیمه‌ی دهه‌ی ۱۹۹۰ افزایش آثاری را به خود دید که به وارد کردن سنت‌های غیر اروپایی ریاضی به جریان رایج دانش و پژوهش روز اختصاص داده شدند. کافی است به یک نمونه از میان نمونه‌های بسیار اشاره کنیم: کتاب «ریاضیات در فرهنگ‌ها»^۶ (۲۰۰۱) که توسط هلین سلین^۷ ویرایش شد، تأملی تاریخ‌نگارانه و نیز مقالاتی توضیحی پیرامون سنت‌های ریاضی گوناگون ارائه می‌کند. این سنت‌ها شامل سنت‌های بین‌النهرینی، مصری، اسلامی، عبری، اینکا (در کلمبیا و پرو امروزی)، آمریکای مرکزی، سیوک تپیی (در آمریکای شمالی)، فرهنگ‌های اقیانوس آرام، بومیان استرالیایی، آفریقای مرکزی و جنوبی، آفریقای غربی و [سیاه‌پوستان] یاروبا، چینی، هندی، ژاپنی و کره‌ای می‌باشد! در حقیقت امروزه تعداد قابل توجهی از دانشمندان فعالان در پی این هستند که در رهیافت‌های خود کمتر دو قطبی نگر باشند و متداول‌ترین پژوهش‌ها در این زمینه‌ها بر تأثیر متقابل اندیشه‌ها و گرایش‌ها تمرکز دارند و از رویکرد تفرقه‌انگیز می‌پرهیزند. در حال حاضر پژوهشگران فواید حاصل از توجه کردن به فرهنگ‌های زیاد و گوناگون در پژوهش در تاریخ ریاضیات را کسب می‌کنند؛ اکنون مضمون‌های مرتبط انتقال، قیاس، زمینه‌ی اجتماعی، شناخت واقع، و نیز رشد پژوهش‌های ریاضی در فرهنگ‌ها همراه با اولویت‌های معرفت‌شناسانه‌ی متفاوت، نشان داده‌اند که نه تنها برای تاریخ ریاضیات بلکه در مفهوم وسیع‌تر برای تاریخ و فلسفه‌ی علم نیز مفید هستند.

علیرغم اینکه جوزف در سرتاسر کتاب خود رویکرد اروپا-محوری را با حرارت و اشتیاق نکوهش می‌کند اما گاهی به نظر می‌آید که نحوه‌ی نگارش او اساساً تقسیم‌بندی ناشی از این نگرش‌ها را تداوم می‌بخشد. برای نمونه، عدم وجود بخشی مختص یونان (علیرغم اشاره‌های مکرر او به دستاوردهای یونانیان و انتقال این دستاوردها به دیگر نقاط) محدودکننده است،

^۲ برخی از این دیدگاه‌ها که جوزف به آن‌ها ارجاع می‌دهد به بیش از یک قرن پیش برمی‌گردند، همانند کتاب روزبال (Rouse Ball) که در سال ۱۹۰۸ انتشار یافته است.

^۱ Morris Kline ^۳ Otto Neugebauer ^۴ UbiratanD'Ambrosio ^۵ Marcia Ascher ^۶ Mathematics across Cultures ^۷ Helaine Selin

به ویژه هنگامی که اهمیت این فرهنگ پژوهش را برای بسیاری از افراد دیگر در این کتاب، از جمله اولین و مهم‌ترین آن‌ها یعنی خاور نزدیک اسلامی، در نظر بگیریم. در حقیقت بهتر بود که استدلال‌های او به نفع جامعیت تاریخی با بحث پیرامون فرهنگ مکاتبه‌ای (ارتباطاتی) ریاضیات یونان نیز تأیید و تصدیق می‌شد. اشاره‌های نادیده انگارانه (و اکثراً نامشخص) جوزف به «فیلسوفان غربی» (صفحه‌ی ۳۵ و جاهای دیگر)، «دانشمندان غربی» و «تاریخ نگاران غربی ریاضیات» نیز قطبیت بین «اروپایی» و «غیر اروپایی» را کمرنگ نمی‌کند. ما باید این حقیقت را به یاد داشته باشیم که دانشمندان اروپایی خود در پیشرفت‌های نقادانه‌ی ما در دانش باصطلاح فرهنگ‌های غیراروپایی سهم یا دخیل بوده‌اند. دانشمندان غربی نیز به سبب انجام کارهای تاریخی در مورد فرهنگ‌های گوناگون ریاضی شایسته‌ی اعتبار و تحسین هستند. جوزف خود در این کتاب قویاً بر آن‌ها تکیه می‌کند؛ تعداد بسیار زیادی از مدخل‌های کتاب شناسی او به زبان انگلیسی می‌باشند.

جوزف (برای نمونه در صفحه xiii و جاهای دیگر) یادآور می‌شود که «مفهوم ریاضی‌ای که خارج از رویه‌ی یونانی-اروپایی به دست آمد بسیار متفاوت بود.» این دیدگاهی پس مهم است. با این وجود مشاهده خواهیم کرد که فعالیت‌های ریاضی در آن فرهنگ‌های به اصطلاح یونانی-اروپایی نیز قدرتمند و غیرقابل تغییر نبودند. تمایل تاریخ نگاران به نادیده انگاشتن دیگر رشته‌های متنوع این حرفه درون این فرهنگ‌ها منجر به جانبداری‌های تأسف باری شده است. تأکید بر ریاضیات مرتبط با شیوه‌ی ظریف و هوشمندانه‌ی استقرایی از نوع گزاره-اثبات، نسبت به دیگر انواع فعالیت‌های ریاضی، به این معنا است که این انواع آخری کم اهمیت‌تر یا بی ارتباط به حساب آمده‌اند، و لذا در روایت‌های تاریخی از قلم افتاده یا نادیده گرفته شده‌اند. این موارد شامل فعالیت‌های تفریحی، تجاری، و ریاضیات سودگرا و طیف وسیعی از حرفه‌های مرتبط مانند تدریس و کاربرد ریاضیات در رشته‌های دیگر (مانند علم وسیع نجوم) می‌شوند. فعالیت‌ها و نتایج فرعی گوناگون در فرهنگ‌ها که بخشی از این رویه‌ی یونانی-اروپایی (ستاره شناسی، طالع بینی، جدول‌های عددی، کارهای سخت و...) را شکل دادند، تنها هنگامی اهمیت پیدا می‌کنند که از انجام فعالیت‌های ریاضی در این فرهنگ‌ها تصویری ارائه کنند. جوزف کاملاً درست و به‌جا بیان می‌کند که تاریخ نگاران باید «با تعصب تاریخی روبرو شوند، ارزش‌های سیاسی-اجتماعی که ریاضیات (و نوشتن تاریخ ریاضیات) را شکل می‌دهند زیر سوال ببرند، و به دنبال شیوه‌های مختلف «دانستن» یا اثبات حقایق ریاضی در سنت‌های مختلف باشند.» اما این دیدگاه به ریاضیات غیر اروپایی محدود نمی‌شود؛ بلکه برای تمام فرهنگ‌های پژوهش ریاضی کاربرد دارد.

ارزیابی نقادانه‌ی منابع علمی می‌تواند پیچیده باشد، به ویژه هنگامی که این منابع با یکدیگر مغایرت داشته باشند. نمونه‌ای که جوزف با آن روبرو می‌شود موضوع تعیین تاریخ نسخه‌ی خطی بخشالی^۸ است، اثری تقریباً بی همتا که نمونه‌ی فیزیکی به جا مانده از ریاضیات هندی پیش از اوایل دوران معاصر است. جوزف (صفحه‌ی ۳۵۸) بیان می‌دارد که ارزیابی کایه^۹ (انجام شده در سال ۱۹۳۳) که طبق آن این نسخه‌ی خطی به قرن دوازدهم پس از میلاد تعلق دارد، مورد تردید است. به نظر می‌آید جوزف به جای آن بر ارزیابی هوئرل^{۱۰}،^{۱۱} که در سال ۱۸۸۸ انجام شده تکیه می‌کند؛ هوئرل تخمین می‌زند که نسخه‌ی اصلی در حدود سده‌های نخستین عهد مسیحیت نوشته شده است. این ارزیابی در پرتو تحلیل اخیر هیاشی^{۱۲} (۱۹۹۵) می‌باشد که زمان متن اصلی را حدود قرن هفتم پس از میلاد و نسخه‌ی کپی به جا مانده را در قرن هشتم پس از میلاد (و نه پس از قرن دوازدهم) تعیین می‌کند. قدمت سنجی هوئرل، که بر اساس بخشی از یک ترجمه‌ی جانب دارانه انجام شده، متکی بر فرضیاتی پیرامون محتوای متن، نمادگرایی و متر بود. هیاشی که رونوشت، ترجمه و تحلیل موثقی از تمام کتاب تهیه نمود، دلایل قانع کننده‌ای ارائه می‌کند که مبتنی بر قراینی چون نسخه‌ی خطی، شواهد باستان شناسی، و زبان (شکل اصلاح شده‌ی سانسکریت کلاسیک که با زبان بومی شمال غربی هندوستان قرون وسطی هم‌خوانی دارد) می‌باشد. هنگامی که منحصر به فرد بودن این متن را در نظر می‌گیریم، به نظر می‌آید که توجه به محتوای متن به منظور

^{۱۱} اسم ایشان در لیست مراجع به طور اتفاقی به اشتباه نوشته شده است.

^۸ Bakhshali ^۹ Kaye ^{۱۰} Hoernle ^{۱۲} Hayashi

تعیین تاریخ زیر سؤال می رود و ما باید مراقب باشیم که ویژگی‌های سبک شناسی نسخه‌ی کپی را با آن مواردی که در نسخه اصلی ممکن است تعیین کننده‌ی قدمت باشد، یکی ندانیم. انتخاب این شیوه‌ی ارزیابی علمی مستلزم نوع ویژه‌ای از مهارت است. آشنایی با مطالعات باستان شناسی، کتیبه شناسی، نسخه‌های خطی کُدی و نیز دانش دقیق متن لازم است تا بتوانیم قابلیت اطمینان یک دسته از شواهد را بر دیگری تشخیص دهیم.

بر این اساس جوزف با کدام یک موافق است؟ موضوع تعیین تاریخ نسخه خطی بخشالی حداقل در سه جای جداگانه در بررسی‌های او می‌آید (صفحه‌های ۳۱۲، ۳۱۷ و ۳۵۸). دو صفحه‌ی آخر به نظر متناقض می‌آیند: جوزف در صفحه‌ی ۳۱۷ بیان می‌کند که «بر اساس شواهد اخیر، به خصوص بر مبنای هیاشی، این نسخه‌ی خطی نمی‌تواند قدمتی پیش از قرن هجدهم داشته باشد» و در صفحه‌ی ۳۵۸ می‌گوید «اجماع کلی در جهت تأیید تاریخ تعیین شده توسط هوئرل (یعنی قرن سوم) می‌باشد»^{۱۳}. علیرغم موافقت ظاهری جوزف با هیاشی در یک جای کتاب، فحوا سازی و تجزیه و تحلیل او بر مبنای تعیین تاریخ هوئرل پیش می‌رود^{۱۴}. از این رو موقعیتی که جوزف به تصویر می‌کشد برای خواننده روشن نیست.

محبوبیت «تاج طاووس» مبتنی بر توانایی جوزف در ترکیب کردن دانشی است که در غیر این صورت برای مخاطب عام ناخوشایند می‌بود. کتاب شناسی گسترده‌ی او دال بر طیف وسیعی از منابع (مراجع) است که دانش او مبتنی بر آن‌هاست. با این وجود، تمام مطالب علمی که در کتاب آمده است، حتی مطالبی که دانش عمومی به حساب می‌آیند، همچنان می‌بایست به منابع اصلی ارجاع داده شوند. برای نمونه، خلاصه‌ی ریاضیات مصری و بین‌النهرینی که جوزف ارائه می‌کند (صفحات ۱۸۳-۱۸۱) نکته به نکته بر مبنای تفکرات موجود در کتاب بویر می‌باشد که جوزف به آن ارجاع نداده است^{۱۵}. در نمونه‌ای دیگر، جوزف به ارتباط بین دستور نگارش پانینی^{۱۶} و کتاب «عناصر»^{۱۷} نوشته‌ی اقلیدس اشاره می‌کند (صفحه ۳۱۶) بدون آن که به مروج این نظریه که فریس استال^{۱۸} است ارجاع دهد. جوزف در سراسر کتاب (صفحه ۱۰۳ و جاهای دیگر) مکرراً به معیارهای نسلن^{۱۹} برای گسترش جبر (بلاغی، مختصرسازی و نمادین) متوسل می‌شود، اما به ارتباط آن‌ها به نسلن اشاره نمی‌کند. از میان این سه نمونه، این بویر است که در مراجع عمومی ظاهر می‌شود، در حالی که دو دانشمند آخری در مراجع نیامده‌اند. منتقد در این جا برای آن دسته از خوانندگان علاقمند منابعی را ارائه می‌کند^{۲۰، ۲۱}.

جوزف برخی از سؤالاتی که در مواجهه با متون پیشین ریاضی باید پرسیده شوند را نقل می‌کند. پرسش‌ها از این قرارند (صفحه‌ی XX):

- (۱) محتوای ریاضیات شناخته شده در آن فرهنگ چه بود؟
- (۲) آن ریاضیات چگونه مورد بحث و تفکر قرار می‌گرفت؟
- (۳) چه کسی ریاضیات را انجام می‌داد؟

^{۱۳} این موضوع به طور واضح‌تر در چکیده‌ی او (صفحه‌ی ۳۶۷) مشخص نشده است، جایی که می‌گوید: «وضعیت ریاضیات هندوستان در اواسط هزاره‌ی اول قبل از میلاد مسیح، همان‌گونه که نسخه خطی بخشالی آورده شده است.»

^{۱۴} جوزف همچنین اشاره می‌کند که (صفحه‌ی ۳۵۸) هیچ مدرکی دال بر اینکه چه کسی نویسنده‌ی این کار است، وجود ندارد. این موضوع کاملاً درست نیست. در واقع برخی جزئیات تاریخ سنجی گروهی موجودند. نسخه خطی بخشالی شامل یک قسمت کتابشناسی کوتاه است که مشخص می‌کند که این کار توسط برهمانا (Brahmana) تدوین شده است که او پسر چاجاکا (Chajaka) است که آن را برای هسیکا (Hasika) پسر وسیستا (Vasistha) و فرزندانش نوشت. با این حال ما مطمئن نیستیم که آیا او نویسنده کار بوده یا کاتب آن و چیز بیشتری در مورد این اشخاص در دست نیست.

^{۱۵} به علاوه، پیش‌گفتار جوزف در مورد نسخه‌های ترجمه توضیح می‌دهد و تفاوت بین ترجمه‌های «تحت الفظی» و ترجمه‌های «کاربر-پسند» به مدد می‌گیرد. این تفاوت به کتاب هویروپ (Hoyrup) برمی‌گردد که در تضاد با فن در واردن (Van der Waerden) و نوگیباثر (Neugebauer) است که با جزئیات در مرجع زیر تشریح شده است:

E. Robson, *The Mathematics of Ancient Iraq: A Social History*, Princeton University Press, 2008 274-284.

^{۱۶} Panini ^{۱۷} Elements ^{۱۸} Frits Staal ^{۱۹} Nesselman ^{۲۰} F. Staal, "Euclid and Panini", *Philosophy East and West*, 5 (1965) 99-116; J. Bronkhorst, "Panini and Euclid: reflections on Indian geometry", *Journal of Indian Philosophy*, 29 (2001) 43-80; G. H. F. Nesselman, *Versucheinerkritischen Geschichte der Algebra*, Vol. 1, Die Algebra der Griechen, (Reimer Berlin, 1842. Reprint by Minerva, Frankfurt, 1969)

این موارد رهنمودهای خوبی برای دستیابی به مدارک تاریخی هستند. در راستای تأیید این نظر و تجلیل از کاری که جوزف انجام داده است برخی دیگر از گفته‌های او در یکی از مثال‌هایش را ارائه می‌کنیم که تاریخ پیدایش جدول‌های مثلثی ضرایب بسط دو جمله‌ای و ارتباط ریاضی بین آن‌ها را در بر می‌گیرد. این امر به منظور برجسته کردن پیچیدگی کار مرتبط با این پرسش‌ها و نیز تأکید کردن بر اینکه فهم تمام و کمال یک پیشرفت این چنینی مستلزم ترکیب منابع و رهیافت‌های «غربی» (یونانی) و «غیر غربی» (اسلامی، هندی و چینی) و نه تمرکز منحصر بر یک گروه است، صورت می‌گیرد.

جوزف نمونه‌ای از جدول مثلثی ضرایب دو جمله‌ای (گاهی معروف به مثلث پاسکال) را در فصل مربوط به چین مورد بحث قرار می‌دهد؛ در آنجا جوزف نخستین بحث شفاف پیرامون این موضوع را به یک ریاضیدان چینی اوایل قرن یازده به نام ژیشیان^{۲۲} (که اثرش مفقود شده اما در کتاب یانگ هویی^{۲۳} حدود سال ۱۲۶۱ مورد بحث قرار گرفته است) نسبت می‌دهد^{۲۴}. در این زمینه او معتقد است که جدول ضرایب دو جمله‌ای ظاهراً نتیجه‌ای فرعی از روش‌های به‌دست آوردن ریشه‌های دوم و سوم می‌باشد. یانگ هویی به ما می‌گوید که ژیشیان جدول ضرایب دو جمله‌ای را در یک جدول مثلثی شکل‌نوشته که شبیه مثلث پاسکال تا ردیف ششم است.

با این وجود، کند و کاو در ضرایب بسط دو جمله‌ای توسط اندیشمندان پیشین، نظم آرایبی و دست کاری آنان در چین سه ضلعی، و نحوه تفکر آن‌ها درباره‌ی آن و نحوه استفاده از آن، مضمونی بسیار پیچیده‌تر و متنوع‌تر را در تاریخ ریاضیات شکل می‌دهد. به عنوان مثال، حدوداً همان زمان، و یا حتی کمی پیش از آن، دانشمند اسلامی، السماوال، اثری به نام «البحیر فی الجبر» را کامل نمود که در آن قوانینی را به شکل بلاغی به منظور بسط عباراتی معادل $(ab)^n$ و $(a+b)^n$ برای $n = ۳, ۴$ وضع کرد و محاسباتش را به بسط‌هایی برای توان‌های بالاتر تعمیم داد^{۲۵}. السماوال اعتبار این بخش از اثرش را به دانشمند پیشین خود، الکرچی، نسبت می‌دهد (حدود ۱۰۲۹-۹۵۳). همچنین نسخه‌ی خطی او جدولی مثلثی از ضرایب دو جمله‌ای را نیز شامل می‌شود (شکل ۱ را ببینید).

سه پرسش جوزف پیرامون محتوا، گستره و عمل در این مورد تنها در صورتی می‌تواند به درستی درک شوند که پس زمینه‌ی وسیع‌تر این دستاوردها و چگونگی تأثیر دیگر فرهنگ‌های پژوهش بر سنتی که السماوال و اسلاف او در آن کار می‌کردند، را در نظر بگیریم. برای مثال، السماوال در مواردی که خود آشکارا تأیید و تصدیق می‌کند وامدار اسلاف یونانی خود است. با این وجود، اثر او نشانگر جدایی قطعی و مسلم از عملکرد یونانیان است که در آن زمان در میان دانشمندان اسلامی در حال پیشرفت بود^{۲۶}. همچنین استفاده‌ی جدید و معنادار از نمودارها در متن و نیز رشد روزافزون بیان انتزاعی اعداد از دیگر وجوه تمایز آن است. تمام این ویژگی‌ها در فهم نقش و عملکرد این جدول در این زمینه مهم و اساسی است. علاوه بر این، این متن به دلیل ارتباطش با تاریخ استقرای ریاضی، تکنیکی که در بسیاری از فرهنگ‌های پژوهش مسبوق به سابقه بوده، توجه بسیاری از دانشمندان را به خود جلب کرده است.

از سوی دیگر، بحث السماوال نشان می‌دهد که چگونه قوانین بین اندیس‌ها در این زمینه دستکاری و استفاده شده‌اند. این مسئله بر خلاف نظر جوزف است؛ او اعتقاد دارد که به طور کلی «بدون استفاده از نمادهای علمی آسان برای اندیس‌ها، نمی‌توان قوانین بین آن‌ها را به طور دقیق فرمول‌بندی کرد» (صفحه ۳۵۱). هنگامی که به متن السماوال رجوع می‌کنیم

^{۲۴} در این ارتباط می‌توان به فعالیت‌هایی در هندوستان توسط بسیاری از نویسندگان قدیمی‌تر اشاره کرد. برای مثال سهم‌های اشاره شده در مرجع زیر را ببینید:

R. Wilson, J. J. Watkins and (eds.), *Combinatorics: Ancient and Modern*, Oxford University Press.

^{۲۵} این رویداد در یک اثر پیش‌رو (در حال آماده شدن) توسط S. Bajri, J. Hannah and C. Montelle به طور کامل آنالیز شده است.

^{۲۶} جوزف به جدول خواجه نصیرالدین طوسی ارجاع می‌دهد که در سال ۱۲۶۵ پدید آمده است. او بعداً در یک یادداشت پایانی (صفحه ۳۰۲ شماره ۸) بیان می‌کند که ظهور آن در سمرقند بوده است. همچنین در صفحات ۵۰۷ و ۵۱۷ شماره ۳۵ مثلث پاسکال را به الکرچی و السماوال نسبت می‌دهد.



شکل ۱: جدول ضرایب دوجمله‌ای السماوال

۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
مربع مربع مربع مکعب	مکعب مکعب	مربع مکعب	مربع مکعب	مکعب	مربع	قسمت شیء	واحد	قسمت شیء	قسمت مربع	قسمت مکعب	قسمت مربع	قسمت مکعب	قسمت مکعب	قسمت مکعب
۱۲۸	۶۴	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱	۱/۲	۱/۴	۱/۸	۱/۴ ۱/۴	۱/۴ ۱/۸	۱/۸ ۱/۸	۱/۴ ۱/۴ ۱/۸
۲۱۸۷	۷۲۹	۲۴۳	۸۱	۲۷	۹	۳	۱	۱/۳	۱/۹	۱/۹ ۱/۳	۱/۹ ۱/۹	۱/۹ ۱/۹ ۱/۳	۱/۹ ۱/۹ ۱/۹	۱/۹ ۱/۹ ۱/۹ ۱/۳

جدول ۱: جدول توان‌های السماوال. تجزیه سازی در سطرهای آخر نیز صریحاً توسط السماوال داده شده است

بلافاصله در می‌یابیم که السماوال معادل‌های بلاغی گوناگونی برای توان‌های جبری خود دارد و نیز تعریف روشنی از ارتباط بین توان‌های متوالی در دست دارد (شکل ۱ را ببینید)^{۲۷}، به گونه‌ای که جدولی از آن‌ها ارائه می‌نماید: اگرچه ارتباط بازگشتی آن‌ها به طور عددی قابل دیدن نیست (به وسیله‌ی اندیس‌های عددی یا به گونه‌ای دیگر) اما ساختار جدول نشان دهنده‌ی یک هماهنگی برای ارتباط متقابل آن‌ها به سمت توان‌های به طور متوالی افزایشی است. از دیدگاه معاصر، این ارتباط توسط توان‌هایی که با ترکیب مناسب از کلمات «مربع» و «مکعب» بیان می‌شوند، به طور مؤثری پنهان شده است. با این حال، استفاده کنندگان آن زمان این مسئله را به طور کامل فهمیده‌اند. هم راستایی و چیدمان جدول، ارتباط توان‌های متوالی را مورد تأکید قرار می‌دهد. این استفاده از «مربع» و «مکعب» آشکارا بازمانده‌ی سنت

^{۲۷} این شکل برگرفته از منبع زیر است:

S. Ahmad and R. Rashed, Al-Bahir en Algebred'As-Samaw'al, Imp. del'Universite de Damas, 1972 1-21.

هندسه‌ی اقلیدسی است و در این زمینه نشان می‌دهد که عملکرد سنتی ریاضی السماوال چگونه است. از این رو با در نظر گرفتن اینکه این موضوع چگونه توسط آنانی که در آن سنت هستند خوانده و استفاده شده است و به طور کلی‌تر با تأمل بر شیوه‌هایی که نشان می‌دهند این موضوع با بیان‌های دیگر مانند هندی، چینی، ایتالیایی، یا با خود محاسبات بلیز پاسکال شبیه یا متضاد است، می‌توانیم مفهوم بسیار عمیق‌تری از این که متفکران پیشین چگونه نتایج ریاضی مانند این را بررسی و بیان می‌کردند را به دست آوریم.

بدون شک اثر جوزف همچنان شهرت اصلی و ابتدایی خود را حفظ خواهد کرد؛ کتاب جوزف نشان می‌دهد هنگامی که تاریخ ریاضیات به مخاطبان روز ارائه شود چقدر می‌تواند مهم و مؤثر باشد. اگرچه این کتاب همیشه جایگزین قابل اعتمادی برای پژوهش‌های تخصصی نیست، اما به طور قطع طعم فرهنگ‌های پژوهش پیشین ریاضی را به خوانندگان علاقمند می‌چشاند و حال و هوای جنبه‌هایی از آن را به آنان نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] A. Lubotzky, R. Phillips and P. Sarnak, Ramanujan graphs, *Combinatorica*, **8** (1988) 261–277.
- [2] G. Margulis, Explicit group-theoretic constructions of combinatorial schemes and their applications in the construction of expanders and concentrators, *Problems Inform. Transmission*, **24** (1988) 39–46.
- [3] O. Reingold, S. Vadhan and A. Wigderson, Entropy waves, the zig-zag graph product, and new constant-degree expanders, *Ann. of Math. (2)*, **155** (2002) 157–187.

مائده صافی اصفهانی

اصفهان، خیابان هزار جریب، دانشگاه اصفهان، گروه ریاضی
maedesaafi@gmail.com

مائده صافی اصفهانی متولد اردیبهشت ماه سال ۱۳۵۸ در شهر اصفهان است. وی تحصیلات خود در مقطع کارشناسی، رشته زبان و ادبیات انگلیسی را در دانشگاه دولتی یزد و در مقطع کارشناسی ارشد، در دانشگاه علامه طباطبایی به پایان رساند. هم‌اکنون در موسسه آموزش عالی غیرانتفاعی صفاهان، مدرس و مدیر گروه زبان است.

