ریاضی و جامعه
شاپا (چاپی): ۶۴۹۳-۲۳۴۵، شاپا(الکترونیکی): ۶۵۰۷-۲۳۴۵
جلد ۲، شماره ۳ (۱۳۹۶)، صص. ۶-۱

http://www.ui.ac.ir

http://math-sci.iranjournals.ir

شهود در آموزش ریاضیات، چالش یا هنجار

علی پارسیان

چکیده. در این مقاله، ریاضیات قرن هیجدهم بررسی و با ریاضیات قرون پس از آن مقایسه می‌گردد. انبوه نتایج، گستردگی دستاوردها و بروز شاخه‌های نو در این رشته از دانش بشری از جمله وجوه تمایز ریاضیات آن دوران است، در حالی که آنچه که در قرون بعد رنگ می‌گیرد و قوام می‌یابد همانا دقت و ژرف‌اندیشی است. پرسشی که در این نوشتار مورد مداقه قرار می‌گیرد این است که با وجود کمبود مبانی منطقی در آن زمان، چنان مجموعه گسترده‌ای از نتایج چگونه به دست آمده است و در مورد درستی آنها چگونه اطمینان حاصل می‌شده است؟ از بررسی‌ها معلوم می‌شود آنچه که در این میانه به ایفای نقش می‌پرداخته شهود است. آنگاه، اهمیت نقش معرفت شهودی درآموزش ریاضیات بررسی می‌گردد.

۱. مقدمه

چنین به نظر می‌رسد که ریاضیدانان قرن هیجدهم میلادی اعتقاد راسخی به نیروی نمادها داشته‌اند. روش‌های متناهی فقط به کمك نوشتن یك نماد در مورد فرایندهای نامتناهی به کار می‌رفته است. حتی حقایق زیادی در مورد سری‌های توانی نامتناهی با تصور آنها به صورت چندجمله‌ای‌های طولانی و متناهی به دست آمده است. این اتکا به نمادگرایی در تاریخ ریاضیات غیرعادی به نظر می‌رسد. ریاضیدانان آن دوره، از همانی مقدماتی

$$(x-a)(x-b)=x^{۲}-(a+b)x+ab$$

یا مشابه آن، به n ریشه‌ای بودن هر معادلهٔ درجه n حکم داده‌اند! گزاره‌ای که بعدها گاوس[1] برهان‌های متفاوتی برای آن ارائه داد و آن را قضیهٔ اساسی جبر نامید. چرا چنین عبارت‌هایی به نظر ریاضیدانان آن دوران درست می‌آمدند؟ زیرا تعمیمی از یك گزارهٔ حسابی درست به شمار می‌رفتند! در مورد عبارات نامتناهی وضعیت کم و بیش مشابه بود. از نگاه آنان فرایندهای نامتناهی شبیه فرایندهای متناهی بودند جز این که بیشتر ادامه می‌یافتند. چرا ریاضیدانان قرن هیجدهم برای نتایج، بیش از برهان‌های دقیق اهمیت قائل بودند؟ چه عاملی آنان را در کسب نتایج یاری می‌داد؟ چگونه می‌توان از این عامل در آموزش ریاضیات بهره برد؟ سرانجام، دلیل این که کاروان ریاضیات از وادی نتایج قرن هیجدهم گذشت و بر محمل منطق قرون پس از آن نشست چه بود؟ در این نوشتار به یافتن پاسخ این پرسش‌ها می‌پردازیم.

عبارات و کلمات کلیدی. شهود، قضیهٔ مقدار میانی، انتگرال معین، روش سقراطی.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۰/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۶/۱۸ .

[1] C.F.Gauss

۲. ریاضیات قرن هیجدهم

معیارهای حقیقت در علوم طبیعی تا کنون چندین بار تغییر یافته‌اند، انقلاب کوپرنیکی[۲] در نجوم، انقلاب داروینی[۳] در زیست‌شناسی، انقلاب اینشتینی[۴] در فیزیك از آن جمله‌اند. در ریاضیات نیز چندین تغییر بزرگ روی داده است، اصل موضوعی کردن هندسه و کشف هندسه‌های نااقلیدسی در قرن نوزدهم میلادی و تکامل دانش حساب دیفرانسیل و انتگرال در قرون هیجدهم و نوزدهم میلادی در زمرهٔ این تغییرات قرار دارند، تغییراتی که در راستای رد ریاضیاتی مجهز به نتایج پربار و پذیرش ریاضیاتی با تعاریف روشن و مفاهیم دقیق قرار داشتند. هدف اصلی ریاضیدانان قرن هیجدهم حصول نتیجه بود. تاریخ ریاضیات از نتایج بسیاری که در این دوره به دست آمده‌اند و نام دانشمندانی مانند لایب‌نیتز[۵] ،برنولی[۶] ،هوپیتال[۷] ،تیلور[۸] و اویلر[۹] را به همراه دارند انباشته است. آیا این نتایج از روش‌هایی متفاوت با روش‌های امروزین به دست آمده‌اند؟ در این که اگر اویلر و معاصران او معیارهای متداول زمان ما را به کار می‌بردند باز هم با همان سرعت به نتایج افسانه‌ای خود دست می‌یافتند باید شك کرد. ماجرای یافتن مجموع سری $\Sigma_{n=1}^{n=+\infty} n^{-2}$ توسط اویلر در این باب خواندنی است [۷]. وی می‌دانست که اگر ریشه‌های یک چندجمله‌ای درجه n اعداد $x_1, \ldots, x_n$ باشند، چندجمله‌ای به صورت $a(x-x_1)\cdots(x-x_n)$ تجزیه خواهد شد که درآن a عدد ثابتی است. تابع سینوس چندجمله‌ای نیست و صفرهایی به صورت $0, \pm\pi, \pm 2\pi, \ldots$ دارد، با این حال او به آزمایشی ماجراجویانه دست زد و حاصل‌ضرب بی‌نهایت عاملی

$$ax(x-\pi)(x+\pi)(x-2\pi)(x+2\pi)\cdots = ax(x^2-\pi^2)(x^2-4\pi^2)\cdots \tag{1}$$

را درنظر گرفت. آیا این حاصل ضرب برای او معنی داشت؟ آیا می‌توان با انتخاب مناسب a، این حاصل‌ضرب را با $sin\ x$ برابر ساخت؟ اویلر در آن زمان با سری تیلور $sin\ x$ آشنایی داشت،

$$sin\ x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots \tag{2}$$

ضریب x در این عبارت برابر با یك و در (۱) با عبارت$a(-\pi^2)(-4\pi^2)\cdots$ برابر است. وی a را مساوی $a = \frac{1}{(-\pi^2)(-4\pi^2)\cdots}$ اختیار کرد و با توزیع عوامل آن در عوامل حاصل‌ضرب (۱) به گزارهٔ زیر دست یافت،

$$sin\ x = x(1-\frac{x^2}{\pi^2})(1-\frac{x^2}{4\pi^2})\cdots \tag{3}$$

و سرانجام با مقایسهٔ ضرایب جملات درجه سوم طرفین عبارت بالا، برابری زیر را به دست آورد

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6} \tag{4}$$

اویلر می‌دانست که برهان او اعتبار برهان‌های اقلیدسی را ندارد، لذا بی‌درنگ مقادیر دو طرف برابری را با دقت زیاد محاسبه کرد تا اطمینان یابد که به حقیقتی تازه دست یافته است!

تفاوت عمده‌ای که بین پژوهش‌های ریاضی قرن هیجدهم و روش‌های امروزی به چشم می‌خورد در همین جا است. در زمان رنسانس، پایان قرن پانزدهم و نیمهٔ اول قرن شانزدهم میلادی، به دست آوردن نتایج جدید یکی از اهداف اساسی همهٔ علوم شده بود [۵]. گسترش دانش ریاضی به معنای یافتن نتایج جدید تلقی می‌گردید و ابداع دانش حساب دیفرانسیل و انتگرال در اواخر قرن هفدهم میلادی، اشتیاق حصول به نتایج نو را تشدید می‌کرد. ریاضیدانان قرن هفدهم میلادی در مورد کارهای خود از نتایجی که به دست می‌آمد قضاوت می‌کردند، حجم دستاوردها به طور جدی مورد نظر بود و شاید همین موضوع علت ظهور مباحث جدید مانند حساب تغییرات، معادلات با مشتقات جزئی و تکمیل برخی از نظریه‌های

[2] N.Cupernicus [3] C.Darwin [4] A.Einstein [5] G.W.Leibniz [6] J.Bernulli [7] V.H.Lopitall [8] B.Taylor [9] L.Euler

موجود آن زمان، ازجمله نظریهٔ احتمالات گردید. مبانی ریاضیات، موضوع مورد علاقهٔ ریاضیدانان قرن هیجدهم نبود. حتی در مقالات تحقیقی مجلات علمی آن روزگار نیز، روی این شاخه از ریاضیات تأملی صورت نگرفته است و فقط مباحثی در فصول اول کتاب‌ها یا مقاله‌هایی در حد فهم عامهٔ مردم، در بارهٔ ریاضیات نوشته شده است. موضوعی که جای آن در ریاضیات قرن نوزدهم و البته امروزه خالی است.

در قرن نوزدهم، بعضی از ریاضیدانان که بولزانو[۱۰] و کوشی[۱۱] از سرآمدان آنها بودند عباراتی دقیق در مورد حد، تقارب و پیوستگی ارائه دادند. این جهت نوین در ریاضیات تنها به سبب اختلاف در روش نبود، بلکه اختلاف در شیوهٔ پژوهش نیز در آن دخالت داشت. روش‌های اثبات دقیق قضیه‌ها به تکامل نیاز داشتند. چه چیزی باعث ایجاد تغییر در دیدگاه‌های کهنه شد؟ ریاضیات چگونه به مسیر کنونی خویش افتاد؟ اولین توضیحی که ممکن است داده شود مانند همان چیزی است که امروزه برای توجیه دانش‌آموزان به کار می‌آید «ریاضیات برای پرهیز از اشتباهاتی که قبلاً به وجود آمده بودند به شکل دقیق‌تر درآمد». اما این، دقیقاً آن چیزی نیست که اتفاق افتاده است، در واقع چند اشتباه شگفت‌آور در ریاضیات قرن هیجدهم وجود دارد که می‌توان برای آنها دو دلیل برشمرد. اول، نتایج به‌طور محاسباتی یا تجربی آزمایش می‌شدند و درستی آنها با روش‌های دقیق سنجیده نمی‌شد. دوم، به علت مجهز نبودن ریاضیدانان آن دوره به تعاریف دقیق، آنان زود به خطا و اشتباه می‌افتادند و اغلب استدلال‌ها، با اتکاء به مفروضات غیر دقیق و مبانی متزلزل بنا می‌گردید. با همهٔ این‌ها، یک‌دست شدن چنان حجم عظیمی از دستاوردهای قرن هیجدهم به شالودهٔ محکمی از ریاضیاتِ اصل موضوعی و دقیق نیاز داشت، بعلاوه در اواخر این قرن، تعدادی از ریاضیدانان فکر می‌کردند که روند دستیابی به نتایج، رو به کندی است و چنین می‌پنداشتند که وقت آن رسیده است که بنشینند و بر آنچه تا کنون انجام گرفته است نظر افکنند [۸]. این احساس، برخی از ریاضیدانان را به صرف دقت بیشتر در برهان‌های ریاضی برانگیخت. عامل مهم دیگری نیز در ایجاد این تغییر دخالت می‌کرد و آن، نیاز ریاضیدانان به تدریس بود. در اواخر قرن هیجدهم، تغییر اجتماعی مهمی رخ داد، پیش از فرارسیدن آخرین دهه‌های این قرن، اغلب ریاضیدانان با خانواده‌های سلطنتی در تماس بودند و کار ایشان پرداختن به ریاضیات و افزودن به شکوه و مقام خود از این طریق بود. اما از زمان انقلاب کبیر فرانسه (اواخر قرن هیجدهم) اغلب آنان زندگی خود را با تدریس تأمین می‌کردند [۴]. چگونه ممکن است شرایط ریاضیدانان، به القای میزان دقت در ریاضیات کمک کرده باشد؟ پاسخ ساده است، تدریس، معلم را وادار می‌کند به موضوع درس به دقت بیندیشد. آثار لاگرانژ[۱۲]، کوشی، وایرشتراس[۱۳] و ددکیند[۱۴] در مبانی آنالیز، تماماً از دروسی که تدریس می‌کردند نشأت گرفته است [۴].

از این واقعیت که شاخ و برگ شجرهٔ دقت ریاضیات قرن نوزدهم در آثار ریاضیدانان قرن هیجدهم ریشه دارد نمی‌توان به سادگی گذشت. بسیاری از کارهای انجام شده در قرن هیجدهم به تعاریف و برهان‌های قرن نوزدهم تبدیل شده‌اند. اثبات کوشی از قضیهٔ مقدار میانی برای توابع پیوسته، بر پایهٔ روش‌های تقریبی قرن هیجدهم استوار است. برای تابع پیوستهٔ f ، وی a و b را به گونه‌ای اختیار کرد که $f(a)$ و $f(b)$ دارای علامت‌های مختلف باشند و با تقسیم $[a,b]$ به n قسمت برابر، نتیجه گرفت که دست کم دو مقدار x در بازه‌ای به طول $\frac{b-a}{n}$ از یکدیگر وجود دارند که برای آنها $f(x)$ها علائم مختلف دارند. سپس همین روش را در بازهٔ جدید تکرار کرد و بازهٔ دیگری به طول $\frac{b-a}{n^2}$ به دست آورد، در حالی که قبل از او لاگرانژ از این روش برای تخمین ریشهٔ یك چند جمله‌ای بین مقادیر a و b سود جسته بود. همچنین در قرن هیجدهم، انتگرال را به عنوان عکس مشتق تعریف می‌کردند و چنین می‌پنداشتند که مقدار انتگرال را می‌توان به صورت یك مجموع به دست آورد. کوشی به کار اویلر در مورد تقریب مقادیر انتگرال های معین به کمك مجموع‌ها نگاهی نوین انداخت و انتگرال را به عنوان حد یك مجموع تعریف کرد. او وجود انتگرال یك تابع پیوسته را ثابت کرد و برهان قضیهٔ اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال را به دست آورد [۴].

[10] B.Bolzano [11] A.L.Cauchy [12] J.L.Lagranje [13] K.Wierestrass [14] R.Dedekind

۳. اهمیت معرفت شهودی در آموزش ریاضیات

شاید بتوان قرن هیجدهم میلادی را آغاز دوران تجلی شهود در ریاضیات و قرون بعد از آن را دوران ظهور منطق نامید، هرچند چنین تفکیکی به دشواری قابل تعریف است و ریاضیات نه تنها به نتایج، بلکه به تعاریف، روش‌ها و برهان‌های دقیق هم نیازمند است. اما دور از انصاف ا ست که نقش شهود در آموزش ریاضیات را، با نقش شهود در باروری این شاخه از دانش بشری متناسب ندانست. هانری پوانکاره [15] بر این عقیده بود که «منطق نمی‌تواند تصور کاملی از مجموعهٔ همهٔ دانش‌ها در اختیار ما قرار دهد، این تصور تنها از طریق معرفت شهودی به دست می‌آید و این داوری برای هر شاخه از دانش بشری درست است» [۱]. روش‌های آموزش ریاضی و نقشی که معلم در این مورد دارد بیش از نقش دروس ریاضی می‌تواند موجب تکامل معرفت شهودی متعلم گردد. یکی از راه‌های تقویت معرفت شهودی، تجزیه و تحلیل مسأله‌ها است، یک ریاضیدان همواره با مسأله‌ای مواجه است و برای یافتن راه حل آن تلاش می‌کند ولی وظیفهٔ معلم بسیار سنگین‌تر است، او باید به دانش‌آموزان روش حل مسأله‌ها را بیاموزد اما اگر خود تسلط کافی بر موضوع نداشته باشد چگونه می‌تواند از عهدهٔ انجام این وظیفه برآید؟ همهٔ موسسه‌ها و نهادهایی که مسئولیت آماده ساختن معلمان را به عهده دارند باید با هوشیاری فوق‌العاده، همهٔ آنچه را برای تربیت معلمان نیاز دارند پیش‌بینی کنند. معلمان باید چه درس‌هایی را بخوانند؟ از دانش‌آموزان چه خواسته‌هایی را مطالبه کنند؟ این‌ها پرسش‌هایی است که نمی‌توان برای آنها پاسخی فراگیر یافت و نیاز به اظهار نظر متخصصان دارد. خوشبختانه آنچه که امروزه در موقعیت پذیرش همگان قرار دارد این است که از کنار فرایند حل مسأله‌ها و تجزیه و تحلیل آنها نباید با بی‌تفاوتی گذشت [۱۰]. مسائلی که دانش‌آموزان در کتاب‌های درسی خود به آنها برخورد می‌کنند عموماً یک‌دست هستند و با کمک مجموعهٔ کوچکی از گزاره‌ها، تعاریف و مفاهیم حل می‌شوند. حل این مسأله‌ها به تنهایی نمی‌تواند تأثیر عظیمی بر تقویت قدرت ادراک شهودی دانش‌آموز داشته باشد. در کتاب‌های مدرسه به ندرت می‌توان مسأله‌ای یافت که دانش‌آموز را مجبور کند برای حل آن به جستجوی يك الگوی ریاضی، هر چند ساده بپردازد، حتی بعضی از کتاب‌هایی که اخیراً در همین زمینه تدوین یافته‌اند به درستی در کلاس‌های درس مورد بحث و بررسی قرار نمی‌گیرند! برای هر جوینده‌ای یافتن پاسخ مسأله با استفاده از ادراک شهودی و عقل سلیم زیبا است. یافتن پاسخ و ارائهٔ شیوهٔ حل مسأله، در واقع کشف جوینده است و ریاضیات از این نگاه، هنر کشف واقعیت‌ها است. معلم می‌تواند در این مرحله از تجربهٔ خویش کمک بگیرد تا دانش‌آموز را به تفکر وادار سازد، داده‌های مسأله را کم کند، مفروضات اضافی یا ناسازگار به مسأله اضافه کند و از دانش‌آموز در بارهٔ آنها به شیوهٔ سقراطی و با پرسش‌های سنجیده و متوالی بپرسد تا در بیداری و تقویت قوهٔ شهود او توفیق یابد، زیرا ذهن برخی از دانش‌آموزان منطقی و برخی دیگر شهودی است [۱] و استفاده از این روش، فراوانی جامعهٔ آماری دانش‌آموزانی را که ممکن است استعداد آموختن ریاضی داشته باشند افزایش می‌دهد. اما باید به خاطر داشت تکیه بر مسائل تکراری شایسته نیست، مگر این‌که مراد معلم، درخواست روش نوینی برای حل مسأله یا روشن‌ساختن نقاط تاریک بحث باشد. متعلم باید نو بیاموزد، دربارهٔ مسائل نو فکر کند، حدس بزند و در جستجوی جواب باشد[۶]. ابوریحان بیرونی می‌نویسد: «اگر متعلم برای نیل به مقصود از راهی که می‌خواست توفیقی نیافت، در جستجوی راه دیگری برآید تا از نتایجی که به آن می‌رسد محروم نماند. اگر من راه‌های فراوان برای حل مسائل فراهم آورده‌ام، برای آن است که متعلم ضمن دریافت این‌که همهٔ آنها به یک نتیجه می‌انجامد، با گوناگونی آنها ممارست کند و آشنا شود و بداند که چگونه همهٔ آنها به یک نکته بازگشت می‌نمایند» [۲]. ریاضیات یک روش اندیشیدن قانون‌مند است و با شناسایی، کشف و ایجاد الگو، و برقراری روابط دقیق و زیرکانه میان اجزایی که در ظاهر کاملاً مجزا به نظر می‌رسند نمودار می‌گردد [۹]. ریاضیات برخلاف آموزش سنتی مدارس، مجموعه‌ای از حقایق نیست و ادراک ریاضی با آزمون‌های هوش و حافظه اندازه‌گیری نمی‌شود. آنچه که برای متعلم مهم است آن است که یاد بگیرد ریاضی‌وار فکر کند و بداند که هر بخش عمده‌ای از ریاضیات می‌تواند دستگاهی باشد که درک لازم را برساند

[15] H.Poincaré

و توانایی تفکر را گسترش دهد. هیچ بخشی از ریاضیات، هر چند به نظر مناسب باشد، اگر به صورت مجموعه‌ای از مهارت‌های منفرد توسط تمرین‌های ناآگاهانه آموزش داده شود نمی‌تواند دانش‌آموز را آن‌چنان آماده سازد که ریاضیات را هوشمندانه و موثر به کار گیرد. متعلم نباید ریاضیات را بیاموزد، بلکه باید به آن بپردازد! در ریاضیات کشف مجدد یک پدیده همان دگرگونی را ایجاد می‌کند که کشف آن پدیده برای اولین بار ایجاد کرده است. ریاضیدانان لذت واقعی پیروزی دیگران را می‌برند و از جهتی، با ماهر شدن در ریزه‌کاری‌ها و پیچیدگی‌های افکار دیگران، نوآوری را بازسازی می‌کنند. در ریاضیات، دگرگونی حاصل از درک واقعی یک مطلب با دگرگونی یک کشف جدید قابل مقایسه است.

۴. نتیجه‌گیری

ریاضیات با مرور زمان از نو ارزیابی می‌شود، نتایج گذشته بازبینی می‌شوند و دیگربار مورد بررسی و تجدید نظر قرار می‌گیرند . آنچه باعث خلق آثار جدید در ریاضیات می‌شود شهود است که به صورت‌های مختلف جلوه می‌نماید، اما آنچه به این یافته‌ها محک درستی می‌زند استدلال است و ریاضیات همان است که در نهایت به وجود می‌آید. انقلابی که ریاضیات قرن هیجدهم را متحول کرد باز هم ممکن است تکرار شود. انقلاب‌ها هم می‌توانند عامل رشد ریاضیات باشند. احتمال وجود یک اشتباه در حال حاضر می‌تواند نویدبخش یک پیشرفت اساسی در آینده باشد. با این همه، عاملی که رد پای آن همواره در مسیر حرکت ریاضیات به چشم می‌خورد شهود است. شهود روح ریاضیات است و منطق کالبد آن. این شهود، یک شهود عام نیست بلکه نوعی غیب گویی مستقیم (پیش از همهٔ استدلال‌ها) در بارهٔ رفتاری است که ظاهراً ریاضیدان حق دارد از اشیاء ریاضی انتظار داشته باشد زیرا آشنایی دیرینه‌اش با آن اشیاء، آنها را مانند اشیاء واقعی برای او ملموس کرده است. امروزه هر ساختاری، زبان خویش را به همراه دارد و حامل ایده‌های شهودی خاصی است که از نظریاتی استخراج می‌شود که ساختار مورد نظر، از آن نظریه‌ها با استفاده از تحلیل اصل‌موضوعی به دست آمده است و کشف ناگهانی این ساختار برای شخص محقق در پدیدهٔ مورد علاقهٔ وی مانند یک تغییر ناگهانی است که با یک ضربه در جریان شهودی تفکر او پیش می‌آید و این جریان را در جهتی غیر منتظره هدایت می‌کند و دورنمایی را که ریاضیدان به طرفش در حرکت است با نوری تازه روشن می‌سازد. پیشرفتی را در نظر می‌گیریم که در ابتدای قرن نوزدهم با نمایش هندسی اعداد موهومی حاصل شد. این پیشرفت از دیدگاه ما عبارت است از کشف یک ساختار مشهور توپولژیکی که همان توپولژی صفحهٔ اقلیدسی است در مجموعهٔ اعداد مختلط با همهٔ امکانات کاربردی که دارد. این موضوع در دستان گاوس، آبل[۱۶]، کوشی و ریمان[۱۷] در کم‌تر از یک قرن زندگی تازه‌ای به آنالیز بخشید. در سال‌های اخیر چنین مواردی بارها پیش آمده‌اند. خمینه‌ها، فضاهای هیلبرت و به طور کلی‌تر فضاهای تابعی، ساختارهای توپولژیکی را در مجموعه‌هایی که اعضایشان دیگر نقطه نیستند برقرار می‌کنند. این نمونهٔ واضحی از پیشرفت ریاضی است و نقطهٔ عطفی است که در آن جرقه‌ای از نبوغ باعث شد ساختاری در نظریه‌ای آشکار شود که پیش از آن به نظر نمی‌رسید. همهٔ این‌ها دلالت بر آن دارند که امروزه ریاضیات، کم‌تر از همیشه به صورت یک بازی مکانیکی صرف، با فرمول‌های مجرد است و بیش از همه، شهود ریاضیدان بر نیل به اکتشافات حکم‌فرمایی دارد. ریاضیات قلمروهای وسیعی را در بردارد که اکنون به وسیلهٔ روش اصل‌موضوعی متحد شده‌اند. قیاس‌ها و استدلال‌ها آن شکل خارجی هستند که ریاضیدان به افکارش می‌دهد، وسیله‌ای که مطلب را برای دیگران قابل دست‌یابی کند، و به‌طور خلاصه زبان مناسب برای ریاضیات همین است و بس و نباید معنای دیگری برای آن در نظر گرفت [۳].

مراجع

[۱] ژ. آدامار، روان شناسی ابداع در ریاضیات. ترجمه عباس مخبر، تهران، انتشارات دانا، ۱۳۶۷.

[۲] ا. بیرونی، *تحریر استخراج الاوتار*، پژوهش و نگارش ابوالقاسم قربانی، تهران، انتشارات انجمن آثار ملی، ۱۳۵۵.

[16] N.H.Abel [17] G.F.B.Riemann

[3] N. Bourbaki, The Architecture of Mathematics, *Amer. Math. Monthly*, **57** (1950) 221–232.

[4] C. Boyer, *History of the Calculus and its Conceptual Development*, Dover, New York, 1959.

[5] A. R. Hall, *The Scientific Revolution (1500-1600)*, Beacon, Boston, 1966.

[6] A. Parsian, Deep Learning in Mathematics through STG Method, *J. Basic. Appl. Sci. Res.*, **4** (2014) 184-189.

[7] G. Polya, *Patterns of Plausible Inferno*, Princeton University Press, New Jersey, 1954.

[8] D. J. Struik, *Concise History of Mathematics*, Dover, New York, 1967.

[9] M. G. Voskoglou, *The use of Mathematical Modeling as a Learning Tool of Mathematics*, Quaderni di Ricerca in Didactica, University of Palermo, Italy, (2006) 53-60.

[10] M. G. Voskoglou, *Formalism and Intuition in Mathematics: the role of the Problem*, Quaderni di Ricerca in Didattica, University of Palermo, Italy, (2007) 113-120.

علی پارسیان
تفرش، ابتدای جاده تهران، دانشگاه تفرش، گروه ریاضی
parsian@tafreshu.ac.ir

علی پارسیان متولد سال ۱۳۳۸ در شهرستان ساوه است. وی پس از تغییر رشتهٔ دانشگاهی خود، در سال ۱۳۵۸ وارد مقطع کارشناسی رشتهٔ ریاضی دانشگاه تهران شد. در سال ۱۳۶۵ وارد مقطع کارشناسی ارشد رشتهٔ ریاضی دانشگاه تهران و در سال ۱۳۶۷ وارد مقطع دکتری ریاضی همان دانشگاه شد. وی هم اکنون استادیار دانشگاه تفرش است.